

Exercicios autoavaliables (1)

1. Como se pode determinar a temperatura da superficie dunha estrela?

2. O traballo de extracción do cátodo metálico nunha célula fotoelétrica é 3,32 eV. Sobre el incide radiación de lonxitude de onda $\lambda = 325 \text{ nm}$; calcula:

- A frecuencia umbral por debaixo da cal non hai efecto fotoelétrico nese metal.
- A velocidade máxima con que son emitidos os electróns.
- O potencial de freado.

Datos: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

3. O efecto fotoelétrico prodúcese se:

- A intensidade da radiación é moi grande.
- A lonxitude de onda da radiación incidente é grande.
- A frecuencia da radiación é superior á frecuencia umbral.

4. Nunha célula fotoelétrica, o cátodo ilumínase de xeito simultáneo con dúas radiacións de lonxitudes de onda $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ e $\lambda_2 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

- Calcula que radiación das anteriores produce o efecto fotoelétrico se o traballo de extracción corresponde a unha frecuencia de $7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.
- Calcula a velocidade máxima dos electróns arrancados por medio das radiacións anteriores.

Datos: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

5. Determina a lonxitude de onda correspondente á cuarta raia espectral da serie de Paschen e calcula logo a súa frecuencia.

Dato: $R = 109677,6 \text{ cm}^{-1}$

6. Determina a lonxitude de onda dun electrón que é acelerado desde o estado de repouso cunha diferenza de potencial de 300V. (Non teñas en conta os efectos relativistas)

Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

7. Unha partícula de $2 \mu\text{g}$ móvese cunha velocidade de 5 cm/s. Calcula a indeterminación mínima da súa posición tendo en conta que a indeterminación da súa velocidade é dun 0,004 %.

Dato: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

8. Cal é a temperatura aproximada da superficie dunha estrela que emite luz azul de 4600 Å de lonxitude de onda no máximo de intensidade? Enuncia a lei que che permite resolver o problema.

9. O traballo de extracción fotoelétrico da superficie do sodio metálico é de 2,0 eV. Determina:

- A velocidade máxima coa que son emitidos os electróns dunha superficie de sodio cando se ilumina con luz de lonxitude de onda $\lambda = 400 \text{ nm}$.
- A mínima lonxitude de onda, correspondente á frecuencia limiar, necesaria para que sexan emitidos os electróns da superficie metálica.

Datos: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Solucións

1.

Determinase analizando a lonxitude de onda correspondente á luz que se emite con máxima intensidade e aplicando a lei de Wien.

2.

a) O traballo de extracción permítenos calcular a frecuencia mínima por debaixo da cal non hai efecto fotoeléctrico nese metal.

$$W = hf_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W}{h} = \frac{3,32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 8,02 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

b) A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico é: $E_{c,máx} = hf - hf_0$, sendo f a frecuencia radiación incidente e hf_0 o traballo de extracción. Como no problema nos dan como dato a lonxitude de onda da radiación incidente, temos que aplicar $c = \lambda f$

Por tanto:

$$E_{c,máx} = h \frac{c}{\lambda} - hf_0 = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{325 \cdot 10^{-9}} - 3,32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 8,043 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Da expresión $E_{c,máx} = \frac{1}{2} m v_{máx}^2$ obtemos o valor da velocidade máxima con que son emitidos os electróns.

$$v_{máx} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

c) O potencial que se precisa para frear a emisión de electróns permítenos calcular o traballo necesario para ese cometido, cuxo valor é igual á enerxía cinética do electrón. É dicir:

$$\frac{1}{2} m v_{máx}^2 = eV$$

Por tanto, dexpexando V da ecuación anterior obtemos que

$$V = 0,50 \text{ V}$$

3.

A solución correspóndese co apartado (c)

O efecto fotoeléctrico prodúcese unha vez que a enerxía do fotón incidente e quén de supera-lo traballo de extracción do metal, o cal ocorrerá unha vez superada unha determinada frecuencia umbral.

$$hf = hf_0 + \frac{1}{2} m_e v_{máx}^2$$

4.

a) Aplicando a ecuación do efecto fotoeléctrico, $h\frac{c}{\lambda} = W + \frac{1}{2}m_e v_{\text{máx}}^2$ vemos que extraeráanse electróns cando $h\frac{c}{\lambda} \geq W(hf_0)$

Se substituímos no primeiro caso,

$6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-7}} = 6,626 \cdot 10^{-19} > 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 7 \cdot 10^{14} = 4,64 \cdot 10^{-19}$, co que se cumpre que pode extraer electróns.

No segundo caso, $6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} = 4,97 \cdot 10^{-19} > 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 7 \cdot 10^{14} = 4,64 \cdot 10^{-19}$, co que tamén se cumpre que pode extraer electróns.

b) A velocidade calcúlase a través da enerxía cinética:

No primeiro caso, $1,99 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v_{\text{máx}}^2$, de onde $v_{\text{máx}} = 6,6 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$

No segundo caso, $3,30 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v_{\text{máx}}^2$, de onde $v_{\text{máx}} = 2,7 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$

5.

Na serie de Paschen, $n_1 = 3$, polo que:

$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7^2} \right) \Rightarrow \lambda = 1,005 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 1005 \text{ nm}$, valor que corresponde á zona de infravermello moi próxima á visible.

Por outro lado, a frecuencia desta raia espectral é:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,005 \cdot 10^{-6}} = 2,99 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

6.

O problema resólvese a partir da hipótese de De Broglie, pois pregunta pola lonxitude de onda asociada ao momento lineal que adquire o electrón cando é acelerado a través dunha diferenza de potencial.

A enerxía cinética que adquire o electrón acelerado a través de diferenza de potencial dada pode obterse a partir de:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV$$

Posto que na ecuación da lonxitude de onda de De Broglie aparece o momento lineal, é convinte expresar dita enerxía cinética en función do momento lineal. Nese caso, podemos escribir:

$$\frac{p^2}{2m} = eV \Rightarrow p = \sqrt{2meV}$$

Posto que a hipótese de De Broglie suxire que calquera partícula con momento lineal de valor p leva asociada unha lonxitude de onda de valor

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

entón, substituíndo a expresión obtida para o momento lineal, temos que:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

expresión que permite obter directamente a lonxitude de onda dunha partícula de masa m que foi acelerada a través dunha diferenza de potencial V . Se a carga da partícula fose Q , non habería máis que poñela no lugar da carga do electrón, e .

Substituíndo os valores que aparecen na expresión, obtemos:

$$\lambda = 8,39 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,868 \text{ \AA}$$

É dicir, é da orde das dimensións atómicas ou as distancias interatómicas dun sólido. Este feito é precisamente o que permite usar os electróns así acelerados en técnicas de difracción cristalográfica.

7.

A indeterminación da velocidade é:

$$\Delta v = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{0,004}{100} = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Por tanto, a indeterminación do momento lineal será:

$$\Delta p = m \Delta v = 2 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En consecuencia, a indeterminación da posición vén dada pola expresión:

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi \Delta p} = 2,64 \cdot 10^{-20} \text{ m}$$

8.

A temperatura pode determinarse aplicando a lei do desprazamento de Wien:

O produto da lonxitude de onda correspondente ao máximo de emisión λ_{max} pola temperatura absoluta é constante.

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,897755 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Temos que ter en conta que $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ e aplicar a lei de Wien:

$$T = \frac{2,897755 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{2,897755 \cdot 10^{-3}}{4600 \cdot 10^{-10}} = 6300 \text{ K}$$

9.

A ecuación básica do efecto fotoeléctrico é

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \phi + \frac{1}{2} m_e v_m^2$$

Por tanto, como coñecemos W (traballo de extracción) e a lonxitude de onda, podemos despxear a velocidade da ecuación anterior (recordando que $f = \frac{c}{\lambda}$)

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{2(hf - W)/m_e}$$

O traballo de extracción, en unidades S.I. virá dado por $W = 2,01,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Agora calculamos a frecuencia: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Finalmente, substituímos: $v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot (6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 7,5 \cdot 10^{14} - 3,2 \cdot 10^{-19}) / 9,11 \cdot 10^{-31}} = 6,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

A enerxía cinética é nula cando a enerxía da radiación coincide co traballo necesario para extraer o electrón. Neste caso: $hf_0 = W + 0 \Rightarrow f_0 = W/h$ sendo f_0 a frecuencia mínima necesaria e

$\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$ a maior lonxitude de onda capaz de extraer electróns.

Cos datos do problema, $f_0 = W/h = 3,2 \cdot 10^{-19} / 6,626 \cdot 10^{-34} = 4,83 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,83 \cdot 10^{14}} = 6,21 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 621 \text{ nm}$$